

ĐIỀU KHIỂN TRƯỢT CHO ROBOT KHỚP MỀM 2-DOF XEM XÉT TỚI CÁC THÀNH PHẦN BẤT ĐỊNH

FRACTIONAL ORDER SLIDING MODE CONTROL FOR PLANAR FLEXIBLE-JOINT ROBOT 2-DOF
CONSIDERING PARAMETRIC UNCERTAINTY

Nguyễn Thị Thu Hiền^{1*}, Trần Xuân Minh²

TÓM TẮT

Bài báo trình bày mô hình hóa chi tiết và điều khiển Robot khớp mềm 2-DOF. Với đặc điểm Robot là hệ hực cơ cấu chấp hành nên việc thiết kế điều khiển để ổn định được cả khớp được truyền động trực tiếp và khớp không được truyền động gặp nhiều thách thức. Vì vậy bộ điều khiển trượt được đề xuất sử dụng kết hợp sử dụng lý thuyết ổn định Lyapunov để chứng minh tính ổn định của hệ thống gồm cả khớp không được truyền động. Mô phỏng Matlab/Simulink được sử dụng để kiểm tra tính hiệu quả của bộ điều khiển trong trường hợp mô hình có xem xét và không xem xét tới thành phần bất định. Kết quả mô phỏng bộ điều khiển thu được kết quả điều khiển cải thiện rõ rệt đặc biệt khi hệ thống ảnh hưởng bởi các thành phần bất định.

Từ khóa: Robot khớp mềm, điều khiển trượt, hệ thống hực cơ cấu chấp hành, ổn định Lyapunov.

ABSTRACT

This paper presents modeling and control for planar flexible-joint 2-DOF, an underactuated system. Thus designing to obtain stability of actuated joint and underactuated is a challenge of a control system. Therefore, a fractional order sliding mode control based on Lyapunov theory and fractional calculus is proposed for the robot to achieve global stability of two joints. The effectiveness and feasibility of the proposed method are demonstrated by Matlab/Simulink simulation that the robot model considering parametric uncertainty.

Keywords: Flexible-joint robot, Fractional order sliding mode control, Underactuated system, Lyapunov stability, Fractional calculus.

¹Trường Đại học Công nghệ Thông tin và Truyền thông, Đại học Thái Nguyên

²Trường Đại học Kỹ thuật Công nghiệp, Đại học Thái Nguyên

*Email: ntthien@ictu.edu.vn

Ngày nhận bài: 10/5/2022

Ngày nhận bài sửa sau phản biện: 25/6/2022

Ngày chấp nhận đăng: 29/8/2022

1. GIỚI THIỆU

Trong những thập kỷ gần đây, robot đã thu hút nhiều sự quan tâm của các nhà khoa học và được sử dụng rộng rãi trong các nghiên cứu khoa học, ứng dụng kỹ thuật. Robot được sử dụng rộng rãi trong các công việc nguy hiểm, tiếp xúc với hóa chất, hàn, cắt, lắp ráp, cũng như phun sơn. Để đạt được các mục tiêu điều khiển tối ưu, các bộ điều khiển cần được thiết kế sao cho có độ rung tối thiểu bám theo

quỹ đạo đặt, đặc biệt là ở khâu cuối. Do đó, chúng được làm bằng vật liệu nặng và cứng. Các tay máy này được gọi là cứng nhắc (Rigid), đòi hỏi những thiết bị truyền động lớn; ngoài trọng lượng, có mức tiêu thụ điện năng cao và tốc độ vận hành hạn chế đối với tải trọng vận hành [1].

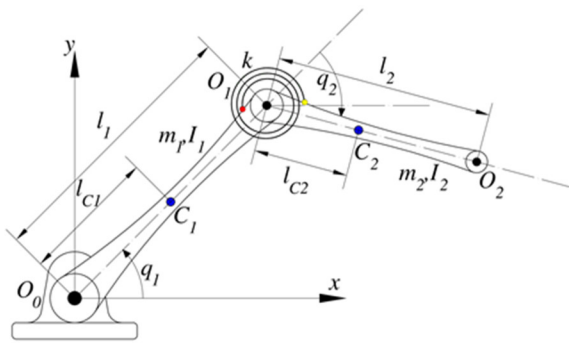
Trong những năm gần đây, robot nhẹ (Lightweight Robots) đã được phát triển để khắc phục những vấn đề này và cải thiện năng suất công nghiệp. Tính linh hoạt của liên kết là hệ quả của đặc điểm cấu tạo nhẹ trong các bộ điều khiển robot được thiết kế để hoạt động ở tốc độ cao với quán tính thấp [2]. Nghiên cứu về hệ thống hực cơ cấu chấp hành là một chủ đề nghiên cứu hiện tại trong cộng đồng điều khiển [3]. Các hệ thống đó được đặc trưng bởi việc có ít hơn các cơ cấu điều khiển độc lập so với các bậc tự do có thể điều khiển được. Điều khiển hệ thống cơ khí hực cơ cấu chấp hành phi tuyến là một vấn đề đầy thách thức vì nó yêu cầu khai thác đầy đủ các đặc tính Non-Holonomic. Ví dụ như các hệ thống tay máy với khớp linh hoạt như tàu thủy (Ships), vệ tinh (Satellites), con lắc ngược đơn và đôi, Acrobot [4], Underactuated Planar Robot [5], Pendubot [6],... Các kỹ thuật được phát triển cho các bộ điều khiển robot cơ khí đủ cơ cấu chấp hành không thể sử dụng trực tiếp để điều khiển các hệ thống cơ khí hực cơ cấu chấp hành. Một vài bộ điều khiển đã được đề xuất cho các hệ thống hực chấp hành cụ thể như các kỹ thuật tuyến tính hóa phản hồi một phần (partial feedback linearization) cho Pendubot [7], luật điều khiển phản hồi trạng thái phi tuyến (nonlinear state feedback control law) cho con lắc ngược (Inverted Pendulum) [8], điều khiển dựa trên sự thụ động (Passivity based Control) cho con lắc ngược [9] và Pendubot.

Phương pháp thiết kế cho điều khiển cơ cấu Robot khớp mềm, với lò xo ở giữa các khớp là được trình bày trong bài báo này. Hệ thống này là hực cơ cấu do chỉ có khớp đầu có thể điều khiển được trong khi khớp thứ 2 là không được điều khiển trực tiếp. Chiến lược điều khiển sẽ được dựa trên cách tiếp cận năng lượng (Energy Approach) và các tính chất thụ động (Passivity Properties) của hệ thống [10] được so sánh với việc sử dụng bộ điều khiển trượt [11]. Các đóng góp chính của bài báo gồm: i) Mô hình hóa chi tiết cho Robot khớp mềm 2-DOF và thực hiện biến đổi mô hình để phù hợp cho các ứng dụng điều khiển nâng cao. ii) Thực hiện thiết kế điều khiển trượt cho Robot hực cơ cấu

chấp hành, sự ổn định của hệ thống kể cả khớp không được truyền động cũng được chứng minh ổn định đầy đủ, kết quả điều khiển trượt được so sánh với bộ điều khiển dựa trên Passivity của Robot.

Bài báo này có cấu trúc như sau: giới thiệu mô hình toán học của Robot khớp mềm 2-DOF; Bộ điều khiển trượt được xây dựng và được chứng minh sự ổn định cho hệ hực cơ cấu dựa vào lý thuyết ổn định Lyapunov; Mô phỏng trên Matlab/Simulink để so sánh kết quả giữa việc sử dụng điều khiển trượt và điều khiển dựa trên cách tiếp cận năng lượng và kết luận.

2. MÔ HÌNH TOÁN HỌC



Hình 1. Tay máy 2 khâu với khớp nối mềm

Khảo sát động lực học tay máy 2 khâu phẳng có khớp nối đàn hồi giữa 2 khớp như trong hình 1. Cơ cấu gồm có hai khâu động. Phân tích chuyển động trên mặt phẳng ngang (Oxy) và các tham số về khối lượng, mômen quán tính khối đối với trục đi qua khối tâm, chiều dài, vị trí khối tâm như sau:

Khâu 1 quay quanh trục cố định đi qua O0; m1 là khối lượng khâu 1, I1 là moment quán tính khối đối với trục đi qua khối tâm C1, l1 là Chiều dài khâu 1, lC1 là khoảng cách từ gốc O0 tới C1, và ω1⁰ là vận tốc góc của khâu 1 so với hệ cố định. Khâu 2 chuyển động song phẳng; m2 là khối lượng khâu 2, I2 là moment quán tính khối đối với trục đi qua khối tâm C2, l2 là chiều dài khâu 2, lC2 là khoảng cách từ gốc O1 tới C2 và ω2⁰ là vận tốc góc của khâu 1 so với hệ cố định. k là độ cứng của cơ cấu lò xo xoắn giữa khớp 1, 2. Tay máy chuyển động dưới tác dụng của ngẫu lực có mômen τ1 lên khâu 1. Chọn các tọa độ suy rộng là $q = [q_1 \quad q_2]^T$.

2.1. Động năng của cơ hệ

Xác định vector vận tốc góc của các khâu 1 và khâu 2 qua mối liên hệ sau:

⁽⁰⁾ω_iⁱ⁻¹ là vector đại số thể hiện vận tốc góc của khâu i so với khâu (i-1) chiếu lên hệ 0. Chiều quay của các khâu 1 và khâu 2 được thể hiện trên hình 1. Với:

$${}^{(0)}\omega_2^0 = {}^{(0)}\omega_1^0 + {}^{(0)}\omega_2^1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{q}_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\dot{q}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{q}_1 - \dot{q}_2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Tổng động năng của hệ gồm 2 khớp được xác định như sau:

$$T = T_1 + T_2 \quad (2)$$

trong đó:

$$T_1 = \frac{1}{2} I_0 \omega_1^2 = \frac{1}{2} (I_1 + m_1 l_{C1}^2) \dot{q}_1^2 \quad (3)$$

$$T_2 = \frac{1}{2} m_2 v_{C2}^2 + \frac{1}{2} I_2 \omega_2^2 = \frac{1}{2} m_2 (\dot{x}_{C2}^2 + \dot{y}_{C2}^2) + \frac{1}{2} I_2 (\dot{q}_2 - \dot{q}_1)^2 \quad (4)$$

Vị trí khối tâm của khâu 2 được tính như sau:

$$\begin{cases} x_{C2} = l_1 \cos q_1 + l_{C2} \cdot \cos(q_2 - q_1) \\ y_{C2} = l_1 \sin q_1 - l_{C2} \cdot \sin(q_2 - q_1) \end{cases} \quad (5)$$

Do đó, vận tốc khối tâm của khâu 2 được xác định như:

$$\begin{cases} \dot{x}_{C2} = -l_1 \dot{q}_1 \sin q_1 - l_{C2} \cdot (\dot{q}_2 - \dot{q}_1) \cdot \sin(q_2 - q_1) \\ \dot{y}_{C2} = l_1 \dot{q}_1 \cos q_1 - l_{C2} \cdot (\dot{q}_2 - \dot{q}_1) \cdot \cos(q_2 - q_1) \end{cases} \quad (6)$$

$$v_{C2}^2 = \dot{x}_{C2}^2 + \dot{y}_{C2}^2 = l_1^2 \dot{q}_1^2 + l_{C2}^2 \cdot (\dot{q}_2 - \dot{q}_1)^2 - 2l_1 l_{C2} \dot{q}_1 (\dot{q}_2 - \dot{q}_1) \cos q_2 \quad (7)$$

Thế các biểu thức (3), (4), và (7) vào (2), thu được biểu thức động năng của tay máy:

$$T = T_1 + T_2 = \frac{1}{2} (I_1 + m_1 l_{C1}^2) \dot{q}_1^2 + \frac{1}{2} I_2 (\dot{q}_2 - \dot{q}_1)^2 + \frac{1}{2} m_2 \left(l_1^2 \dot{q}_1^2 + l_{C2}^2 \cdot (\dot{q}_2 - \dot{q}_1)^2 - 2l_1 l_{C2} \dot{q}_1 (\dot{q}_2 - \dot{q}_1) \cos q_2 \right) = \frac{1}{2} m_{11} \dot{q}_1^2 + m_{12} \dot{q}_1 \dot{q}_2 + \frac{1}{2} m_{22} \dot{q}_2^2 \quad (8)$$

trong đó:

$$\begin{aligned} m_{11} &= I_1 + m_1 l_{C1}^2 + m_2 l_1^2 + I_2 + m_2 l_{C2}^2 + m_2 l_1 l_{C2} \cos q_2 \\ m_{12} &= -(I_2 + m_2 l_{C2}^2 + m_2 l_1 l_{C2} \cos q_2) \\ m_{22} &= I_2 + m_2 l_{C2}^2 \end{aligned}$$

Sử dụng các tham số sau:

$$\begin{aligned} \theta_1 &= I_1 + m_1 l_{C1}^2 + m_2 l_1^2 \\ \theta_2 &= I_2 + m_2 l_{C2}^2 \\ \theta_3 &= m_2 l_1 l_{C2} \end{aligned} \quad (9)$$

Khi đó, các phần tử của ma trận quán tính sẽ là:

$$\begin{aligned} m_{11} &= \theta_1 + \theta_2 + 2\theta_3 \cos q_2 \\ m_{12} &= -(\theta_2 + \theta_3 \cos q_2) \\ m_{22} &= \theta_2 \end{aligned} \quad (10)$$

2.2. Thế năng của cơ hệ

Vì trong trường hợp tay máy chuyển động trên mặt phẳng ngang nên trọng lực không tác động, do đó không xuất hiện lực suy rộng có thế. Tổng thế năng của cơ hệ tay máy 2 bậc tự do được tính như sau:

$$\begin{aligned} \Pi &= \Pi(m_1\bar{g}) + \Pi(m_2\bar{g}) + \Pi(\bar{M}_k) \\ &= m_1gl_{c_1}\sin q_1 + \frac{1}{2}k(q_2 - q_1)^2 \\ &\quad + m_2g[l_1\sin q_1 - l_{c_2}\sin(q_2 - q_1)] \end{aligned} \tag{11}$$

2.3. Các lực suy rộng không thế

Hệ tay máy thực hiện các di chuyển ảo $\delta q_1, \delta q_2$ dưới tác dụng của các lực hoạt động không thế và có thế. Với $\mathbf{q} = [q_1 \quad q_2]^T$ là các tọa độ suy rộng đủ của hệ tay máy 2 khâu, véc-tơ định vị một điểm thuộc hệ có dạng :

$$\bar{\mathbf{r}}_k = \bar{\mathbf{r}}_k(q_1, q_2) \tag{12}$$

Vì vậy:

$$\delta \bar{\mathbf{r}}_k = \sum_{i=1}^2 \frac{\partial \bar{\mathbf{r}}_k}{\partial q_i} \delta q_i \tag{13}$$

Công ảo của các lực hoạt động trong các di chuyển ảo:

$$\begin{aligned} \delta A &= \sum_{k=1}^2 \bar{\mathbf{F}}_k \delta \bar{\mathbf{r}}_k \\ &= \sum_{i=1}^2 \left(\sum_{k=1}^2 \bar{\mathbf{F}}_k \frac{\partial \bar{\mathbf{r}}_k}{\partial q_i} \right) \delta q_i = \sum_{i=1}^2 Q_i \delta q_i \end{aligned} \tag{14}$$

Trong đó, Q_i là các lực suy rộng của các lực hoạt động ứng với các tọa độ suy rộng q_i , các lực hoạt động của hệ tay máy 2 khâu bao gồm moment dẫn động. Lực hoạt động không thế là moment dẫn động τ_1 từ động cơ của khâu 1, khâu 2 của hệ hệt dẫn động nên lực suy rộng không thế:

$$Q_1^* = \tau_1, Q_2^* = 0. \tag{15}$$

Sử dụng phương trình Lagrange loại 2 cho hệ tay máy 2 khâu chịu liên kết Hô-lô-nôm

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_k} = - \frac{\partial \Pi}{\partial q_k} + Q_k^* \quad (k=1,2) \tag{16}$$

Lần lượt tính các đạo hàm của phương trình (16) thu được:

$$\frac{\partial T}{\partial q_1} = 0 \tag{17}$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_1} = m_{11}\dot{q}_1 + m_{12}\dot{q}_2$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_1} \right) &= m_{11}\ddot{q}_1 + m_{12}\ddot{q}_2 + \dot{m}_{12}\dot{q}_2 \\ &= m_{11}\ddot{q}_1 + m_{12}\ddot{q}_2 + (\theta_3 \sin q_2) \dot{q}_2^2 \end{aligned} \tag{18}$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_2} = m_{12}\dot{q}_1 + m_{22}\dot{q}_2 \tag{19}$$

$$\frac{\partial T}{\partial q_2} = -(\theta_3 \sin q_2) \dot{q}_1^2 + (\theta_3 \sin q_2) \dot{q}_1 \dot{q}_2$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_2} \right) &= m_{12}\ddot{q}_1 + m_{22}\ddot{q}_2 + \dot{m}_{12}\dot{q}_1 \\ &= m_{12}\ddot{q}_1 + m_{22}\ddot{q}_2 + (\theta_3 \sin q_2) \dot{q}_1 \dot{q}_2 \end{aligned} \tag{20}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Pi}{\partial q_1} &= (m_1l_{c_1} + m_1l_1)g\cos q_1 + m_2l_{c_2}g\cos(q_2 - q_1) \\ \frac{\partial \Pi}{\partial q_2} &= -m_2l_{c_2}g\cos(q_2 - q_1) + kq_2 \end{aligned} \tag{21}$$

2.4. Phương trình Lagrange loại 2

Thế các biểu thức (15), (17) đến (21) vào (16), nhận được phương trình Lagrange loại 2 cho tay máy như sau:

$$\begin{aligned} (\theta_1 + \theta_2 + 2\theta_3 \cos q_2) \ddot{q}_1 - (\theta_2 + \theta_3 \cos q_2) \ddot{q}_2 \\ + (\theta_3 \sin q_2) \dot{q}_2^2 + (m_1l_{c_1} + m_1l_1)g\cos q_1 \\ + m_2l_{c_2}g\cos(q_2 - q_1) = \tau_1 \end{aligned} \tag{22}$$

$$\begin{aligned} -(\theta_2 + \theta_3 \cos q_2) \ddot{q}_1 + \theta_2 \ddot{q}_2 + (\theta_3 \sin q_2) \dot{q}_1^2 \\ - m_2l_{c_2}g\cos(q_2 - q_1) + kq_2 = 0 \end{aligned} \tag{23}$$

Phương trình Lagrange loại 2 dưới dạng ma trận có dạng:

$$\mathbf{D}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{B}\mathbf{u} \tag{24}$$

Ma trận quán tính \mathbf{D} được xác định từ (10) như sau:

$$\mathbf{D}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \tag{25}$$

trong đó:

$$D_{11} = \theta_1 + \theta_2 + 2\theta_3 \cos q_2, D_{21} = -(\theta_2 + \theta_3 \cos q_2)$$

$$D_{12} = -(\theta_2 + \theta_3 \cos q_2), D_{22} = \theta_2$$

Ma trận quán tính ly tâm và Coriolis

$$\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} \tag{26}$$

trong đó:

$$C_{11} = -(\theta_3 \sin q_2) \dot{q}_2$$

$$C_{12} = (\theta_3 \sin q_2) \dot{q}_2 + (\theta_3 \sin q_2) \dot{q}_1$$

$$C_{21} = (\theta_3 \sin q_2) \dot{q}_1$$

$$C_{22} = 0$$

Véc tơ lực trọng trường:

$$\mathbf{g}(\mathbf{q}) = \left(\frac{\partial \Pi}{\partial \mathbf{q}} \right)^T = \begin{bmatrix} G_{11} \\ G_{21} \end{bmatrix} \tag{27}$$

trong đó:

$$G_{11} = (m_1l_{c_1} + m_1l_1)g\cos q_1 + m_2l_{c_2}g\cos(q_2 - q_1)$$

$$G_{21} = -m_2l_{c_2}g\cos(q_2 - q_1)$$

Vì trong trường hợp tay máy chuyển động trên mặt phẳng ngang nên $\mathbf{g} = \mathbf{0}$. Ma trận độ cứng:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix} \tag{28}$$

Chọn vectơ điều khiển $\mathbf{u} = \tau_1$. Khi đó ma trận đầu vào là:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}^T \tag{29}$$

Phương trình Lagrange II được viết lại như sau:

$$\mathbf{D}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{B}\mathbf{u} \quad (30)$$

$$\begin{bmatrix} \theta_1 + \theta_2 + 2\theta_3 \cos q_2 & -(\theta_2 + \theta_3 \cos q_2) \\ -(\theta_2 + \theta_3 \cos q_2) & \theta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & (\theta_3 \sin q_2)\dot{q}_2 \\ (\theta_3 \sin q_2)\dot{q}_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (31)$$

2.5. Các tính chất của ma trận quán tính và ma trận Coriolis

Từ các biểu thức (25) và (26), thu được:

$$\begin{aligned} \mathbf{N} &= \dot{\mathbf{D}}(\mathbf{q}) - 2\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \\ &= \begin{bmatrix} -2\theta_3 \dot{q}_2 \sin q_2 & \theta_3 \dot{q}_2 \sin q_2 \\ \theta_3 \dot{q}_2 \sin q_2 & 0 \end{bmatrix} \\ &\quad - 2 \cdot \begin{bmatrix} -(\theta_3 \sin q_2)\dot{q}_2 & ((\theta_3 \sin q_2)\dot{q}_2) \\ (\theta_3 \sin q_2)\dot{q}_1 & 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & -((\theta_3 \sin q_2)\dot{q}_2) \\ ((\theta_3 \sin q_2)\dot{q}_2) & 0 \end{bmatrix} \\ &\quad + \begin{bmatrix} 0 & -((\theta_3 \sin q_2)\dot{q}_2) \\ ((\theta_3 \sin q_2)\dot{q}_2) & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (32)$$

Vì vậy thu được ma trận quán tính $\mathbf{N} = \dot{\mathbf{D}}(\mathbf{q}) - 2\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ là ma trận phản đối xứng.

3. ĐIỀU KHIỂN TRƯỢT VÀ PHÂN TÍCH SỰ ỔN ĐỊNH

Ngoài cách điều khiển cơ bản dựa trên cách tiếp cận năng lượng được đề cập ở trong các nghiên cứu [10, 12], bộ điều khiển trượt (Sliding mode control) là được đề xuất áp dụng cho cơ cấu cánh tay Robot khớp nối mềm nhằm nâng cao chất lượng điều khiển trong nhiều kịch bản khác nhau.

3.1. Biến đổi mô hình Robot 2-DOF

Hệ cánh tay Robot có khớp nối mềm 2-DOF có hai biến trạng thái cần được kiểm soát, nhưng chỉ có một đầu vào điều khiển. Do đó, phương trình động lực học của hệ thống (30) được phân tích thành hai hệ thống con với các biến trạng thái lần lượt là: q_1 và q_2 , được biểu diễn như sau:

$$d_{11}\ddot{q}_1 + d_{12}\ddot{q}_2 + c_{11}\dot{q}_1 + c_{12}\dot{q}_2 = \tau_1 \quad (33)$$

$$d_{21}\ddot{q}_1 + d_{22}\ddot{q}_2 + c_{21}\dot{q}_1 + c_{22}\dot{q}_2 + k_{22}q_2 = 0 \quad (34)$$

Phương trình (33) và (34) được viết lại như sau:

$$\ddot{q}_1 = \frac{\tau_1 - d_{12}\ddot{q}_2 - c_{11}\dot{q}_1 - c_{12}\dot{q}_2}{d_{11}} \quad (35)$$

$$\ddot{q}_2 = \frac{-d_{21}\ddot{q}_1 - c_{21}\dot{q}_1 - c_{22}\dot{q}_2 - k_{22}q_2}{d_{22}} \quad (36)$$

Thay phương trình (36) vào (33), thu được:

$$\bar{d}_1\ddot{q}_1 + \bar{c}_{11}\dot{q}_1 + \bar{c}_{12}\dot{q}_2 + \bar{k}_1q_2 = \tau_1 \quad (37)$$

trong đó

$$\bar{d}_1 = \left(d_{11} - \frac{d_{12}d_{21}}{d_{22}} \right), \bar{c}_{11} = \left(c_{11} - \frac{d_{12}c_{21}}{d_{22}} \right)$$

$$\bar{c}_{12} = \left(c_{12} - \frac{d_{12}c_{22}}{d_{22}} \right), \bar{k}_1 = -\frac{d_{12}k_{22}}{d_{22}}$$

Thay phương trình (35) vào (34):

$$\bar{d}_2\ddot{q}_2 + \bar{c}_{21}\dot{q}_1 + \bar{c}_{22}\dot{q}_2 + \bar{k}_2q_2 = -\frac{d_{21}\tau_1}{d_{11}} \quad (38)$$

trong đó:

$$\bar{d}_2 = \left(d_{22} - \frac{d_{21}d_{12}}{d_{11}} \right), \bar{c}_{21} = \left(c_{21} - \frac{d_{21}c_{11}}{d_{11}} \right)$$

$$\bar{c}_{22} = \left(c_{22} - \frac{d_{21}c_{12}}{d_{11}} \right), \bar{k}_2 = k_{22}$$

Viết lại phương trình (37) và (38), thu được như sau:

$$\ddot{q}_1 = \frac{\tau_1 - \bar{c}_{11}\dot{q}_1 - \bar{c}_{12}\dot{q}_2 - \bar{k}_1q_2}{\bar{d}_1} \quad (39)$$

$$\ddot{q}_2 = \frac{-\frac{d_{21}\tau_1}{d_{11}} - \bar{c}_{21}\dot{q}_1 - \bar{c}_{22}\dot{q}_2 - \bar{k}_2q_2}{\bar{d}_2} \quad (40)$$

3.2. Thiết kế bộ điều khiển

Mục tiêu của phần này là tạo ra bộ điều khiển dựa trên kỹ thuật điều khiển trượt để q_1 tiến về q_{1d} và q_2 tiến về $q_{2d} = 0$ hay \mathbf{q} tiến về \mathbf{q}_d . Trong quá trình thiết kế, giả sử rằng $\dot{q}_{1d} = 0, \ddot{q}_{1d} = 0$. Mặt trượt được lựa chọn như sau:

$$s = \dot{e}_1 + k_1e_1 + k_2\dot{e}_2 + k_3e_2 \quad (41)$$

trong đó: $e_1 = (q_1 - q_{1d}), e_2 = (q_2 - q_{2d})$ là sai lệch vị trí, k_1, k_2, k_3 là các tham số điều khiển được thiết kế. Thực hiện đạo hàm mặt trượt:

$$\begin{aligned} \dot{s} &= \dot{e}_1 + k_1\dot{e}_1 + k_2\ddot{e}_2 + k_3\dot{e}_2 \\ &= \ddot{q}_1 + k_1\dot{q}_1 + k_2\ddot{q}_2 + k_3\dot{q}_2 \end{aligned} \quad (42)$$

Thay (39) và (40) vào (42) thu được:

$$\begin{aligned} \dot{s} &= \frac{\tau_1 - \bar{c}_{11}\dot{q}_1 - \bar{c}_{12}\dot{q}_2 - \bar{k}_1q_2}{\bar{d}_1} + k_1\dot{q}_1 \\ &\quad - \frac{d_{21}\tau_1}{d_{11}} - \bar{c}_{21}\dot{q}_1 - \bar{c}_{22}\dot{q}_2 - \bar{k}_2q_2 \\ &\quad + k_2 \frac{-\frac{d_{21}\tau_1}{d_{11}} - \bar{c}_{21}\dot{q}_1 - \bar{c}_{22}\dot{q}_2 - \bar{k}_2q_2}{\bar{d}_2} + k_3\dot{q}_2 \end{aligned} \quad (43)$$

Viết lại (43) thu được như sau:

$$\begin{aligned} \dot{s} &= (d_{11}\bar{d}_2 - \bar{d}_1k_2d_{21})\tau_1 + d_{11} \begin{bmatrix} -\bar{d}_2\bar{c}_{11} + \bar{d}_1\bar{d}_2k_1 \\ -\bar{d}_1k_2\bar{c}_{21} \end{bmatrix} \dot{q}_1 \\ &\quad + d_{11} \begin{bmatrix} -\bar{d}_2\bar{c}_{12} - \bar{d}_1k_2\bar{c}_{22} \\ +\bar{d}_1\bar{d}_2k_3 \end{bmatrix} \dot{q}_2 + d_{11} \begin{bmatrix} -\bar{d}_2\bar{k}_1q_2 \\ -\bar{d}_1k_2\bar{k}_2q_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (44)$$

Tín hiệu điều khiển giữ trạng thái ở lại mặt trượt được đưa ra bằng cách xem xét $\dot{s} = 0$:

$$\begin{aligned} \tau_{1eq} = & -\frac{d_{11}(-\bar{d}_2\bar{c}_{11} + \bar{d}_1\bar{d}_2k_1 - \bar{d}_1k_2\bar{c}_{21})}{(d_{11}\bar{d}_2 - \bar{d}_1k_2d_{21})}\dot{q}_1 \\ & -\frac{d_{11}(-\bar{d}_2\bar{c}_{12} - \bar{d}_1k_2\bar{c}_{22} + \bar{d}_1\bar{d}_2k_3)}{(d_{11}\bar{d}_2 - \bar{d}_1k_2d_{21})}\dot{q}_2 \\ & -\frac{d_{11}(-\bar{d}_2\bar{k}_1q_2 - \bar{d}_1k_2\bar{k}_2q_2)}{(d_{11}\bar{d}_2 - \bar{d}_1k_2d_{21})} \end{aligned} \quad (45)$$

Thành phần tín hiệu điều khiển giúp trạng thái tiến về mặt trượt được thiết kế như sau:

$$\tau_{1sw} = -\frac{k_4 \operatorname{sgn}(s)}{(d_{11}\bar{d}_2 - \bar{d}_1k_2d_{21})} \quad (46)$$

Như vậy, kết hợp hai thành phần của tín hiệu điều khiển (45) và (46), đưa ra tín hiệu điều khiển như sau:

$$\begin{aligned} \tau_1 = & \tau_{1eq} + \tau_{1sw} \\ = & -\frac{d_{11}(-\bar{d}_2\bar{c}_{11} + \bar{d}_1\bar{d}_2k_1 - \bar{d}_1k_2\bar{c}_{21})}{(d_{11}\bar{d}_2 - \bar{d}_1k_2d_{21})}\dot{q}_1 \\ & -\frac{d_{11}(-\bar{d}_2\bar{c}_{12} - \bar{d}_1k_2\bar{c}_{22} + \bar{d}_1\bar{d}_2k_3)}{(d_{11}\bar{d}_2 - \bar{d}_1k_2d_{21})}\dot{q}_2 \\ & -\frac{d_{11}(-\bar{d}_2\bar{k}_1q_2 - \bar{d}_1k_2\bar{k}_2q_2)}{(d_{11}\bar{d}_2 - \bar{d}_1k_2d_{21})} - \frac{k_4 \operatorname{sgn}(s)}{(d_{11}\bar{d}_2 - \bar{d}_1k_2d_{21})} \end{aligned} \quad (47)$$

3.3. Chứng minh sự ổn định

Để chứng minh sự ổn định của mặt trượt, hàm Lyapunov được chọn như sau:

$$V = \frac{1}{2}s^2 \quad (48)$$

Đạo hàm phương trình (48), thu được:

$$\begin{aligned} \dot{V} = & s\dot{s} \\ = & s \begin{pmatrix} (d_{11}\bar{d}_2 - \bar{d}_1k_2d_{21})\tau_1 \\ +d_{11}(-\bar{d}_2\bar{c}_{11} + \bar{d}_1\bar{d}_2k_1 - \bar{d}_1k_2\bar{c}_{21})\dot{q}_1 \\ +d_{11}(-\bar{d}_2\bar{c}_{12} - \bar{d}_1k_2\bar{c}_{22} + \bar{d}_1\bar{d}_2k_3)\dot{q}_2 \\ +d_{11}(-\bar{d}_2\bar{k}_1q_2 - \bar{d}_1k_2\bar{k}_2q_2) \end{pmatrix} \\ = & -k_4s\operatorname{sgn}(s) \end{aligned} \quad (49)$$

Rõ ràng, với $k_4 > 0$ đảm bảo $\dot{V} < 0$, tuy nhiên việc ổn định mặt trượt không phản ánh tính ổn định đầu ra của hệ thống. Sự ổn định đầu ra hệ thống được phân tích bằng cách xem xét phương trình động lực học $s = 0$ cùng với phương trình của phương trình không được truyền động (40). Thay tín hiệu điều khiển giữ lại mặt trượt (45) vào phương trình không được truyền động (38) nhận được:

$$\ddot{q}_2 = P_1\dot{q}_1 + P_2\dot{q}_2 + P_3 \quad (50)$$

trong đó:

$$P_1 = \frac{(-d_{11}\bar{c}_{21} - d_{21}\bar{c}_{11} + d_{21}\bar{d}_1k_1)}{(d_{11}\bar{d}_2 - \bar{d}_1k_2d_{21})}$$

$$P_2 = \frac{(-d_{11}\bar{c}_{22} - d_{21}\bar{c}_{12} + d_{21}\bar{d}_1k_3)}{(d_{11}\bar{d}_2 - \bar{d}_1k_2d_{21})}$$

$$P_3 = \frac{(-d_{11}\bar{k}_2q_2 - d_{21}\bar{k}_1q_2)}{(d_{11}\bar{d}_2 - \bar{d}_1k_2d_{21})}$$

Xem xét mặt trượt trong (41) bằng không, đạt được kết quả như sau:

$$\dot{q}_1 = -k_1(q_1 - q_{1d}) - k_2\dot{q}_2 - k_3q_2 \quad (51)$$

Định nghĩa các biến trạng thái của hệ thống như sau:

$\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T = [q_2 \ \dot{q}_2 \ q_1 - q_{1d}]^T$. Viết lại phương trình (50) và (51) thu được:

$$\dot{x}_2 = P_1\dot{x}_3 + P_2x_2 + P_3 \quad (52)$$

$$\dot{x}_3 = -k_1x_3 - k_2x_2 - k_3x_1 \quad (53)$$

Thay (53) và (52) thu được:

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 = & P_1(-k_1x_3 - k_2x_2 - k_3x_1) + P_2x_2 + P_3 \\ = & -P_1k_3x_1 - (P_1k_2 - P_2)x_2 - P_1k_1x_3 + P_3 \end{aligned} \quad (54)$$

Lưu ý rằng $x_2 = \dot{x}_1$ vì vậy có thể viết (53) và (54) dưới dạng ma trận như sau:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -P_1k_3 & P_2 - P_1k_2 & -P_1k_1 \\ -k_3 & -k_2 & -k_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ P_3 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (55)$$

Tính ổn định của hệ thống phi tuyến (51) được đánh giá bằng cách sử dụng định lý tuyến tính hóa của Lyapunov. Phương trình (51) có thể được tuyến tính hóa về vị trí cân bằng $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ như sau:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ -k_3 & -k_2 & -k_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \quad (56)$$

hoặc

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax}$$

trong đó:

$$\begin{aligned} A_{21} = & -P_1k_3|_{q=q_d} & A_{23} = & -P_1k_1|_{q=q_d} \\ = & -\frac{(\theta_2 + \theta_3)k_1k_3}{\theta_2 - k_2(\theta_2 + \theta_3)} & = & -\frac{(\theta_2 + \theta_3)k_1^2}{\theta_2 - k_2(\theta_2 + \theta_3)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_{22} = & P_2 - P_1k_2|_{q=q_d} \\ = & \frac{(\theta_2 + \theta_3)(k_3 - k_1k_2)}{\theta_2 - k_2(\theta_2 + \theta_3)} \end{aligned}$$

Để đảm bảo tính ổn định của hệ thống tuyến tính hóa được đưa ra bởi phương trình (56), hệ thống tuyến tính hóa với ma trận trạng thái A phải là Hurwitz (tức là các giá trị riêng của nó nằm ở nửa bên trái của mặt phẳng phức). Do

đó, đa thức đặc trưng của hệ thống tuyến tính được cho bởi phương trình (56) được biểu diễn như sau:

$$\begin{aligned} \Delta(s) &= \det(s\mathbf{I}_3 - \mathbf{A}) \\ &= \det \begin{pmatrix} s & -1 & 0 \\ -A_{21} & s - A_{22} & -A_{23} \\ k_3 & k_2 & s + k_1 \end{pmatrix} \\ &= (s + k_1) \begin{vmatrix} s & -1 \\ -A_{21} & s - A_{22} \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ -A_{23} & k_2 \end{vmatrix} (s + k_1)^{-1} [k_3 \quad k_2] \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{57}$$

Kết quả là:

$$\begin{aligned} \Delta(s) &= (s + k_1) \begin{vmatrix} s & -1 \\ -A_{21} & s - A_{22} \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ -A_{23} & k_2 \end{vmatrix} (s + k_1)^{-1} [k_3 \quad k_2] \\ &= (s + k_1) \begin{vmatrix} s & -1 \\ -A_{21} + \frac{A_{23}k_3}{s + k_1} & s - A_{22} + \frac{A_{23}k_2}{s + k_1} \end{vmatrix} \\ &= (s + k_1) \left(s \left(s - A_{22} + \frac{A_{23}k_2}{s + k_1} \right) - A_{21} + \frac{A_{23}k_3}{s + k_1} \right) \end{aligned} \tag{58}$$

Viết lại phương trình (58) thu được:

$$\Delta(s) = (s + k_1) \left(\frac{s^2 + \frac{(\theta_2 + \theta_3)(k_1k_2 - k_3)}{\theta_2 - k_2(\theta_2 + \theta_3)}s + \frac{(\theta_2 + \theta_3)k_1^2k_2}{(s + k_1)(\theta_2 - k_2(\theta_2 + \theta_3))}}{\frac{(\theta_2 + \theta_3)k_1k_3}{\theta_2 - k_2(\theta_2 + \theta_3)} + \frac{(\theta_2 + \theta_3)k_1^2k_3}{(s + k_1)(\theta_2 - k_2(\theta_2 + \theta_3))}} \right) \tag{59}$$

Điều kiện đủ để ổn định mặt trượt có thể được xác định bằng cách chọn các thông số điều khiển $\{k_1, k_2, k_3\}$, sao cho các đa thức $\Delta(s)$ là Hurwitz. Sử dụng các tiêu chí Routh - Hurwitz, thu được:

$$\begin{cases} k_1 > 0 \\ \theta_2 - k_2(\theta_2 + \theta_3) > 0 \\ -(\theta_2 + \theta_3)k_1^2k_2 > 0 \\ (\theta_2 + \theta_3)k_1k_3 > 0 \end{cases} \quad \text{hay} \quad \begin{cases} k_1 > 0 \\ k_2 < \frac{\theta_2}{\theta_2 + \theta_3} \\ -(\theta_2 + \theta_3)k_2 > 0 \\ (\theta_2 + \theta_3)k_3 > 0 \end{cases} \tag{60}$$

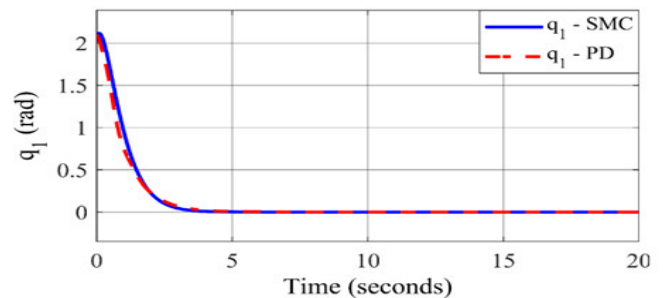
Tóm lại, tín hiệu điều khiển (47) với điều kiện đủ (60) giúp hệ thống ổn định về trạng thái $\mathbf{x} = \mathbf{0}$. Do đó, đáp ứng của biến trạng thái q_1, q_2 tiến về giá trị mong muốn q_{1d}, q_{2d} khi t tiến ra vô cùng.

4. KẾT QUẢ MÔ PHỎNG

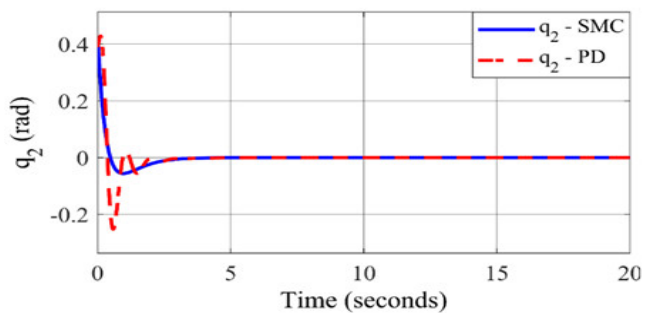
Để quan sát hiệu suất của bộ điều khiển được đề xuất dựa trên năng lượng và bộ điều khiển phi tuyến chế độ trượt (Sliding mode control), chúng tôi đã thực hiện mô phỏng trên Matlab/Simulink. Chúng tôi xem xét hệ thống với các tham số $\theta_{i, 1 \leq i \leq 3}$ như sau: $\theta_1 = 0,0799, \theta_2 = 0,0244, \theta_3 = 0,0205$. Tham số bộ điều khiển dựa trên cách tiếp cận năng lượng được sử dụng là: $k_p = 1, k_D = 1, k_E = 1$, đối với hằng số độ cứng $k = 1$ và đối với vị trí ban đầu được khởi tạo là: $q_1 = 2\pi/3, q_2 = \pi/8, \dot{q}_1 = 0, \dot{q}_2 = 0$.

Trong kịch bản mô phỏng thứ nhất, đáp ứng góc quay của cả hai khớp theo bộ điều khiển PID và bộ điều khiển chế độ trượt đều có thời gian đáp ứng tại thời điểm 4 giây được thể hiện từ hình 2 đến 5. Trong khoảng thời gian từ 0 giây đến 4 giây, nhận thấy đáp ứng của bộ điều khiển chế độ trượt cho thấy ít dao động hơn so với bộ điều khiển PID.

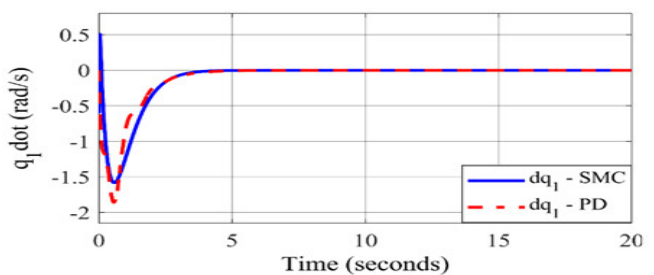
Hình 6 đến 9 biểu thị đáp ứng đầu ra của cánh tay Robot có khớp nối mềm trong trường hợp mô hình có chứa các bất định. Kết quả mô phỏng cho thấy đáp ứng vượt trội của bộ điều khiển chế độ trượt khi nó có khả năng bền vững với các yếu tố bất định của mô hình, điều mà bộ điều khiển PID chưa giải quyết được



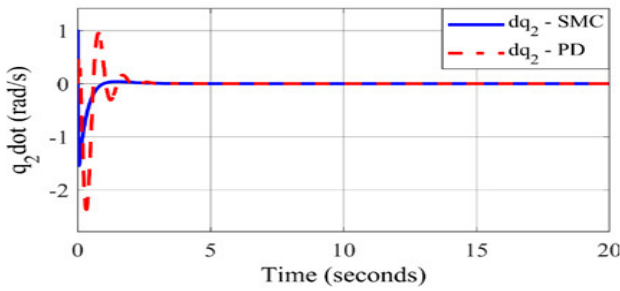
Hình 2. Đáp ứng góc quay của khớp đầu



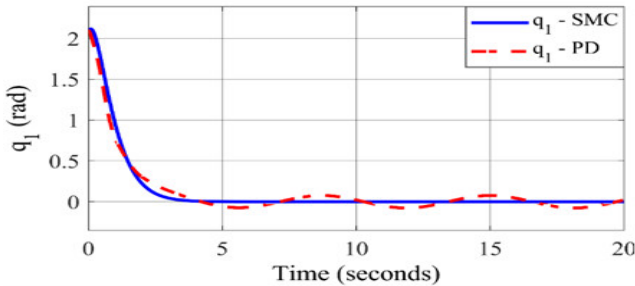
Hình 3. Đáp ứng góc quay của khớp thứ 2



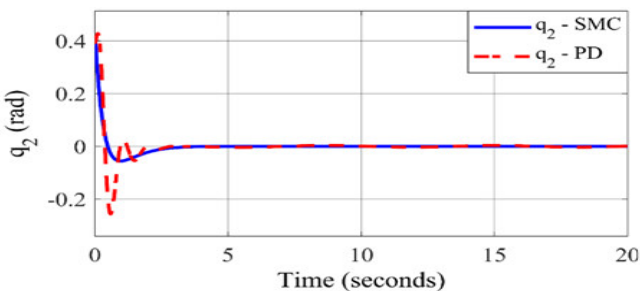
Hình 4. Đáp ứng đạo hàm góc quay khớp đầu



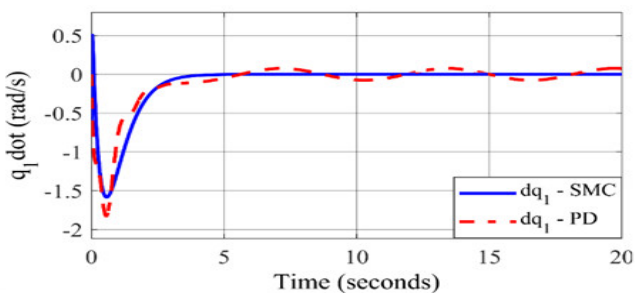
Hình 5. Đáp ứng đạo hàm góc quay khớp thứ 2



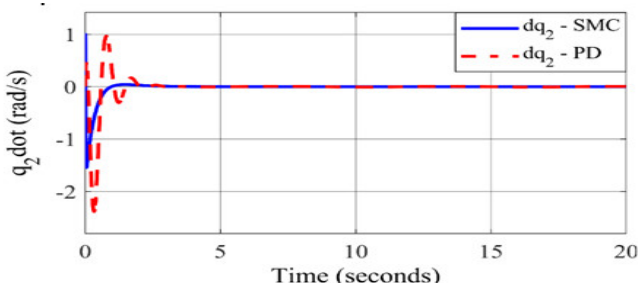
Hình 6. Đáp ứng góc quay của khớp đầu khi xem xét tới tham số bất định



Hình 7. Đáp ứng góc quay của khớp thứ 2 khi xem xét tới tham số bất định



Hình 8. Đáp ứng đạo hàm góc quay khớp đầu khi xem xét tới tham số bất định



Hình 9. Đáp ứng đạo hàm góc quay khớp thứ 2 khi xem xét tới tham số bất định

5. KẾT LUẬN

Nghiên cứu thực hiện mô hình hóa chi tiết và điều khiển Robot khớp mềm 2-DOF. Với đặc điểm Robot là hệ hực cơ

cấu chấp hành, vì vậy bộ điều khiển trượt được đề xuất sử dụng kết hợp sử dụng lý thuyết ổn định Lyapunov để chứng minh tính ổn định của hệ thống gồm cả khớp không được truyền động. Mô phỏng Matlab/Simulink được sử dụng để kiểm tra tính hiệu quả của bộ điều khiển trong trường hợp mô hình có xem xét tới thành phần bất định. Kết quả mô phỏng bộ điều khiển được so sánh với phương pháp điều khiển dựa trên Passivity của Robot, thu được kết quả điều khiển cải thiện rõ rệt đặc biệt khi hệ thống ảnh hưởng bởi các thành phần bất định.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1]. Y. Zhang, L. Jin, 2017. *Robot Manipulator Redundancy Resolution*. Chichester, UK: John Wiley & Sons, Ltd.

[2]. J. Zhu, J. Zhang, J. Zhu, L. Zeng, Y. Pi, 2021. *A composite controller for manipulator with flexible joint and link under uncertainties and disturbances*. JVC/Journal Vib. Control, doi: 10.1177/1077546320988196.

[3]. J. Moreno-Valenzuela, C. Aguilar-Avelar, 2018. *Motion Control of Underactuated Mechanical Systems*. Springer International Publishing.

[4]. L. Wang, S. Chen, P. Zhang, J. She, X. Lai, 2021. *A simple control strategy based on trajectory planning for vertical acrobat*. Actuators, vol. 10, no. 12, pp. 1–12, doi: 10.3390/act10120308.

[5]. S. A. Tafirishi, M. Svinin, M. Yamamoto, 2021. *Inverse dynamics of underactuated planar manipulators without inertial coupling singularities*. Multibody Syst. Dyn., vol. 52, no. 4, pp. 407–429, doi: 10.1007/s11044-021-09788-8.

[6]. C. Wei, T. Chai, X. Xin, X. Chen, L. Wang, Y. H. Chen, 2022. *A Signal Compensation-Based Robust Swing-Up and Balance Control Method for the Pendubot*. IEEE Trans. Ind. Electron., vol. 69, no. 3, pp. 3007–3016, doi: 10.1109/TIE.2021.3065621.

[7]. I. Fantoni, R. Lozano, M. W. Spong, 2000. *Energy based control of the Pendubot*. IEEE Trans. Automat. Contr., vol. 45, no. 4, pp. 725–729, doi: 10.1109/9.847110.

[8]. A. Rybovic, M. Pricinsky, M. Paskala, 2012. *Control of the inverted pendulum using state feedback control*. in 2012 Elektro, pp. 145–148, doi: 10.1109/ELEKTRO.2012.6225627.

[9]. A. Shiriaev, A. Pogromsky, H. Ludvigsen, O. Egeland, 2000. *On global properties of passivity-based control of an inverted pendulum*. Int. J. Robust Nonlinear Control, vol. 10, no. 4, pp. 283–300, doi: 10.1002/(SICI)1099-1239(20000415)10:4<283::AID-RNC473>3.0.CO;2-I.

[10]. I. Fantoni, R. Lozano, F. Mazenc, A. Annaswamy, 1999. *Stabilization of a two-link robot using an energy approach*. in 1999 European Control Conference (ECC), pp. 2886–2891, doi: 10.23919/ECC.1999.7099766.

[11]. R. Xu, Ü. Özgüner, 2008. *Sliding mode control of a class of underactuated systems*. Automatica, vol. 44, no. 1, pp. 233–241, doi: 10.1016/j.automat.2007.05.014.

[12]. I. Fantoni, R. Lozano, 2002. *Non-linear Control for Underactuated Mechanical Systems*. London: Springer London.

AUTHORS INFORMATION

Nguyen Thi Thu Hien¹, Tran Xuan Minh²

¹University of Information and Communication Technology, Thainguyen University

²Thai Nguyen University of Technology